

Θεωρητικό Πλαίσιο για τα Μαθηματικά (PISA 2012)

Στα Μαθηματικά το Πρόγραμμα PISA αξιολογεί την ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν τα Μαθηματικά σε διάφορες καταστάσεις της καθημερινής τους ζωής. Στο πλαίσιο του Προγράμματος εξετάζονται οι ικανότητες των μαθητών να επιλύουν, να ερμηνεύουν και να κατασκευάζουν προβλήματα σε διάφορα περιβάλλοντα. Τα προβλήματα ποικίλουν από περισσότερο έως λιγότερο οικεία και από απλά έως σύνθετα, ως προς τις εμπειρίες και τις γνώσεις των δεκαπεντάχρονων μαθητών.

Στο πλαίσιο του Προγράμματος PISA, ο γραμματισμός στα Μαθηματικά ορίζεται ως η ικανότητα του ατόμου να προσδιορίζει και να κατανοεί τον ρόλο των Μαθηματικών στην καθημερινότητα, να αναπτύσσει τεκμηριωμένες κρίσεις και να χρησιμοποιεί τη μαθηματική γνώση και τις δεξιότητες που σχετίζονται με αυτή, για να αντιμετωπίζει τις ανάγκες της καθημερινής ζωής του ως σκεπτόμενος, δημιουργικός και ενεργός πολίτης. Σε αυτό το πλαίσιο ο γραμματισμός αναφέρεται κυρίως στη δυνατότητα δημιουργικής σύνθεσης και εφαρμογής γνώσεων και διαδικασιών στην επίλυση ενός σύνθετου προβλήματος στα Μαθηματικά. Το πρόβλημα αυτό παρουσιάζεται στο πλαίσιο καθημερινών καταστάσεων και η επίλυσή του απαιτεί την εφαρμογή της μαθηματικής γνώσης.

Η έννοια του γραμματισμού στα Μαθηματικά προσδιορίζεται στη βάση τριών πυλώνων, οι οποίοι αναπαρίστανται στο Σχήμα 1. Ο πρώτος αναφέρεται στο πλαίσιο στο οποίο εντάσσονται τα προβλήματα, ενώ ο δεύτερος πυλώνας αναφέρεται στο μαθηματικό περιεχόμενο (γνώσεις και διαδικασίες) που είναι αναγκαίο να χρησιμοποιηθεί στην επίλυση των προβλημάτων. Ο τρίτος πυλώνας αναφέρεται στις γνωστικές διαδικασίες που ενεργοποιούνται για τη σύνδεση του πραγματικού κόσμου με τα Μαθηματικά με σκοπό την επίλυση των προβλημάτων.

Πρόκληση σε πλαίσιο του πραγματικού κόσμου

Κατηγορίες μαθηματικού περιεχομένου: Ποσότητα, Αβεβαιότητα και Δεδομένα, Μεταβολή και Σχέσεις, Χώρος και Σχήμα.

Κατηγορίες πλαισίου του πραγματικού κόσμου: Προσωπική, Κοινωνική, Εκπαιδευτική / Επαγγελματική, Επιστημονική

Μαθηματική σκέψη και δράση

Μαθηματική Σκέψη και Δράση

Μαθηματικές έννοιες, γνώση και διαδικασίες

Βασικές μαθηματικές ικανότητες: Επικοινωνία, Αναπαράσταση, Σχεδιασμός Στρατηγικών, Μαθηματικοποίηση, Τεκμηρίωση, Χρήση συμβολικής, τυπικής και τεχνικής γλώσσας και διαδικασιών, Χρήση μαθηματικών εργαλείων

Διαδικασίες: Αναπαραγωγής, Συνδέσεων, Αναστοχασμού



Σχήμα 1. Ένα μοντέλο για τον Γραμματισμό στα Μαθηματικά (OECD, 2013)

Ως προς το **Πλαίσιο**, τα προβλήματα των Μαθηματικών στο Πρόγραμμα PISA αναφέρονται σε τέσσερα είδη καταστάσεων, τα οποία σχετίζονται με την καθημερινή ζωή των μαθητών. Τα προβλήματα αναφέρονται σε: (α) *Προσωπικές καταστάσεις*, οι οποίες συνδέονται άμεσα με διάφορες καθημερινές δραστηριότητες των μαθητών, όπως ο προγραμματισμός ενός ταξιδιού ή η οργάνωση των μαθητών σε κοιτώνες σε μια κατασκήνωση. (β) *Εκπαιδευτικές ή επαγγελματικές καταστάσεις*, οι οποίες σχετίζονται με τη ζωή των μαθητών στο σχολείο ή σε ένα μελλοντικό πλαίσιο εργασίας (π.χ. κατασκευή περιφράξης για έναν κήπο στη βάση του σχήματος του κήπου ή/και στη βάση του διαθέσιμου υλικού περιφράξης). (γ) *Κοινωνικές καταστάσεις*, οι οποίες αναφέρονται σε πτυχές της μικροκοινωνίας των μαθητών ή του ευρύτερου κοινωνικού πλαισίου των μαθητών (π.χ. αγορά συναλλάγματος με βάση την ισοτιμία διαφορετικών νομισμάτων). (δ) *Επιστημονικές καταστάσεις*. Τα προβλήματα αυτά αναφέρονται σε περισσότερο αφηρημένες μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες, όπως για παράδειγμα τον υπολογισμό του εμβαδού ενός μη κυρτού σχήματος.

Ως προς το **Μαθηματικό περιεχόμενο**, το οποίο απαιτείται στην επίλυση των προβλημάτων του Προγράμματος, αυτό καθορίζεται από τέσσερις βασικές κατηγορίες μαθηματικών εννοιών.

- Μεταβολή και Σχέσεις
- Χώρος και Σχήμα
- Ποσότητα
- Αβεβαιότητα και Δεδομένα

Τα διάφορα προβλήματα, τα οποία καλούνται να επιλύσουν οι μαθητές, αντιστοιχούν σε καθεμιά από τις τέσσερις αυτές κατηγορίες, ενώ τα θέματα των προβλημάτων αυτών βασίζονται σε καθημερινές δραστηριότητες των μαθητών. Αυτή η προσέγγιση των μαθηματικών εννοιών ενδεχομένως να είναι διαφορετική από τα Αναλυτικά Προγράμματα και τη διαδικασία που ακολουθείται κατά τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο σχολείο. Ωστόσο, οι συγκεκριμένες κατηγορίες εννοιών καλύπτουν το σύνολο της ύλης (έννοιες και διαδικασίες) που αναμένεται να έχουν κατανοήσει οι δεκαπεντάχρονοι μαθητές στο γνωστικό αντικείμενο των Μαθηματικών.

Ως προς τις **Γνωστικές Διαδικασίες** που συνδέονται με τις ικανότητες των μαθητών στην επίλυση των προβλημάτων του Προγράμματος PISA 2012, αυτές έχουν ομαδοποιηθεί σε τρεις κατηγορίες:

(α) **Αναπαραγωγή.** Σε αυτές τις γνωστικές διαδικασίες περιλαμβάνεται η αναπαραγωγή γνώσεων μέσα από θέματα που συνήθως οι μαθητές συναντούν στα σχολικά Μαθηματικά. Οι διαδικασίες αυτές αναφέρονται βασικά στην αναγνώριση ιδιοτήτων και ισοδυναμιών, την εκτέλεση βασικών πράξεων και υπολογισμών και την εφαρμογή βασικών αλγόριθμων.

(β) **Συνδέσεις.** Οι γνωστικές διαδικασίες συνδέσεων αφορούν στην αντιμετώπιση προβλημάτων που δεν αποτελούν απλή εφαρμογή κανόνων, παραπέμπουν όμως σε σχετικά οικείες για τους μαθητές διαδικασίες που συνήθως περιλαμβάνουν τη σύνδεση διαφορετικών αναπαραστάσεων. Οι συγκεκριμένες διαδικασίες σχετίζονται με την ικανότητα των μαθητών να μεταφέρουν τις γνώσεις και δεξιότητες που έχουν διδαχθεί στα σχολικά Μαθηματικά σε διαφορετικά και λιγότερο οικεία για τους μαθητές πλαίσια.

(γ) **Αναστοχασμός.** Η κατηγορία αυτή αναφέρεται στις ικανότητες των μαθητών να σχεδιάζουν και να εφαρμόζουν στρατηγικές στην επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων. Η διαδικασία αυτή συχνά βασίζεται στη χρήση διαφορετικών αναπαραστάσεων, ενώ σε κάποιες περιπτώσεις απαιτείται μια δημιουργική σύνθεση διαφορετικών αναπαραστάσεων. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται θεμελιώδεις μαθηματικές ικανότητες όπως η αιτιολόγηση, η αφαίρεση, η γενίκευση και η εφαρμογή γνωστών μοντέλων σε νέα πλαίσια.